

Paper prepared for the
EY International Congress on EconomicsII
"GROWTH, INEQUALITY AND POVERTY"
Ankara, November 5-6, 2015



Gazi University – Department of Economics



EKONOMİK YAKLAŞIM
Quarterly Peer-Reviewed Scientific Journal
Department of Economics - Gazi University

Gelişmiş ve Gelişmekte Olan Ülkeler İçin Sabit İkame
Esneklikli Üretim Fonksiyonu'nun Tahmini

[Estimation of the Constant Elasticity of Substitution Production Function for
Developed and Developing Countries]

Songur, M.¹

¹ Gazi University/ Department of Economics, Ankara, Turkey

Corresponding author:
mmtsng@gmail.com

Gelişmiş ve Gelişmekte Olan Ülkeler İçin Sabit İkame Esneklikli Üretim Fonksiyonu'nun Tahmini

Songur, M.

Özet

Bu çalışmanın amacı, gelişmiş ve gelişmekte olan ülkeler için 1970-2011 dönemine ait veriler kullanılarak sabit ikame esneklikli (CES) üretim fonksiyonunun ve ikame esnekliğinin tahmin edilmesidir. Ampirik analiz panel veri doğrusal olmayan en küçük kareler ve optimizasyon algoritmaları kullanılarak gerçekleştirilecektir. Ülkelerin sınıflandırması Dünya Bankası Atlas Metodu'na dayanmaktadır. Bu çerçevede 40 yüksek gelirlili, 21 üst orta gelirlili, 19 alt orta gelirlili ve 10 düşük gelirlili olmak üzere toplam 90 ülke analiz edilecektir.

Anahtar Kelimeler: CES Üretim Fonksiyonu, İkame Esnekliği, Doğrusal Olmayan Panel Veri Analizi, Optimizasyon Algoritmaları.

JEL Sınıflaması: C13, C51, D24.

Estimation of the Constant Elasticity of Substitution Production Function for Developed and Developing Countries

Abstract

The aim of this study is estimation of the constant elasticity of substitution (CES) production function and elasticity of substitution by using the data period of 1970-2011 for developed and developing countries. Empirical analysis will be performed by using panel data non-linear least squares and optimization algorithms. The classification of countries based on the World Bank Atlas method. In this context, analysis will be conducted for 90 countries, including 40 high income countries, 21 upper middle income countries, 19 lower middle income countries and 10 low income countries.

Keywords: CES Production Function, Elasticity of Substitution, Non-Linear Panel Data Analysis, Optimization Algorithms.

JEL classification: C13, C51, D24.

1. GİRİŞ

Bir ekonomide yer alan üreticilerin temel eylemleri girdileri çıktılarına dönüştürmektir. Üretim fonksiyonu ise girdiler ile çıktılar arasındaki teknik ilişkiyi gösteren ve teknolojik olarak etkin olan üretim yöntemi olup bir endüstriye ait bir firmanın, bir endüstrinin ya da tüm ekonominin teknolojisini temsil eder. Üretim fonksiyonu kavramı beraberinde birkaç kavramı daha içerir. Bunlardan en önemlisi marjinal teknik ikame oranıdır. Marjinal teknik ikame oranı, aynı üretim seviyesinde kalabilmek için girdilerden biri bir birim artırılırken diğer girdinin miktarının ne kadar azaltılması gerektiğini gösteren orandır. Marjinal teknik ikame oranı, girdiler arasındaki ikame edilebilirlik derecesinin bir ölçümü olmakla birlikte, girdilerin ölçüm birimlerine bağlı olduğu için sakıncalıdır. Bu sakınca görece daha iyi bir ölçüm olan ikame esnekliği kavramı ile giderilir. İkame esnekliği, girdilerin birbirine oranındaki nispi değişikliğin, marjinal teknik ikame oranındaki değişmeye olan duyarlılığıdır. İkame esnekliğini ikame edilebilirlik derecesinin bir ölçümü olarak marjinal teknik ikame oranından üstün olmasının nedeni, pay ve paydasının aynı ölçü birimi ile ifade edilmesi neticesinde girdilerin ölçüm birimlerinden bağımsız olmasıdır.

Literatürde genellikle ikame esnekliği kriterleri çerçevesinde dört farklı üretim fonksiyonu bilinmektedir. Bunlardan birincisi 1945 yılında iki Amerikalı iktisatçı olan Cobb ve Douglas tarafından geliştirilen ve ikame esnekliğinin daima bire eşit olduğunu ifade ettikleri Cobb-Douglas üretim fonksiyonudur. Cobb-Douglas üretim fonksiyonunda girdiler arasındaki ikame sınırlıdır. İkincisi Doğrusal üretim fonksiyonu olup, bu üretim fonksiyonunun en önemli özelliği girdiler arasındaki ikamenin sınırlı değil tam olmasıdır. Yani girdiler birbirinin tam ikamesi iken, ikame esnekliği de sonsuzdur. Üçüncüsü 1951 yılında Leontief tarafından geliştirilen Leontief üretim fonksiyonudur. Leontief üretim fonksiyonunda girdiler arasındaki ikamenin hiç olmadığı durum söz konusu olup, ikame esnekliği sıfıra eşittir. Dördüncüsü ve sonuncusu ise, 1961 yılında Stanford Grubu çerçevesinde yer alan Amerikalı iktisatçılar Arrow-Chenery-Minhas-Solow tarafından geliştirilen sabit ikame esneklikli ya da kısaca CES (constant

elasticity of substitution) üretim fonksiyonudur. CES üretim fonksiyonunun en önemli özelliği ikame esnekliğinin farklı değerler alabilmesine olanak sağlamasıdır. Bu çerçevede değerlendirildiğinde ilk üç üretim fonksiyonu CES üretim fonksiyonunun özel bir durumu olarak karşımıza çıkmaktadır.

Literatürde bir ekonominin üretim davranışlarının belirlenmesinde kullanılan en önemli üretim fonksiyonlarından biri olan CES üretim fonksiyonu, genel denge modelleri, girdi çıktı modelleri gibi programlama modellerinde çok popüler bir hale geldi. Söz konusu modeller CES üretim fonksiyonunun parametrelerinin ekonometrik tahminlerinden ziyade sezgiye dayalı tahminler yada kalibrasyon yöntemleri ile tahmin edildi. Bununla birlikte son yıllarda CES üretim fonksiyonuna ait parametrelerin ekonometrik yöntemlerle tahminleri önem kazandı.

Bu çalışmanın amacı, CES üretim fonksiyonundan hareketle gelir düzeylerine göre sınıflandırılmış ülke gruplarının ikame esnekliklerini 1970-2011 dönemine ait yıllık veriler kullanarak doğrusal olmayan panel veri tahmin yöntemleri ile analiz etmektir. Bu çerçevede çalışmanın girişi izleyen ikinci bölümünde, CES üretim fonksiyonu hakkında bilgi verilecektir. Üçüncü bölümde çalışmada kullanılan modeller, veri seti ve yöntem anlatılacaktır. Dördüncü bölümde, gerçekleştirilen ekonometrik analizden elde edilen bulgulara değinilecektir. Beşinci ve son bölümde, çalışmadan elde edilen sonuçlar irdelenecektir.

2. CES ÜRETİM FONKSİYONU

CES üretim fonksiyonu Arrow, Chenery, Minhas ve Solow tarafından 1961 yılında yayınladıkları "Capital-labour Substitution and Economic Efficiency" isimli makalede geliştirilmiştir. CES üretim fonksiyonu, girdiler arasında sabit bir ikame esnekliğinin olduğunu varsaymaktadır. İki girdiye sahip klasik bir CES üretim fonksiyonu (1) numaralı eşitlikte olduğu gibi ifade edilebilir.

$$Y = \gamma[\delta K^{-\rho} + (1 - \beta)L^{-\rho}]^{-\frac{v}{\rho}} \quad (1)$$

Fonksiyonda K ve L sermaye ve emek faktörlerini Y ise çıktı miktarını ifade etmektedir. γ , δ , ρ ve v ise fonksiyona ait birer parametredir. γ , bir etkinlik parametresidir. ρ , ikame esnekliğinin bir dönüşümü olan ikame parametresi olarak adlandırılmaktadır. δ , gelirin fonksiyonel dağılımını belirleyen dağıtım parametresidir. v ise, ölçek esnekliğini göstermektedir¹.

İkame esnekliğini (σ) elde etmek için CES üretim fonksiyonunda yer alan ikame parametresinden yararlanılır ve (2) numaralı eşitlikteki gibi ifade edilebilir.

$$\sigma = \frac{1}{1 + \rho} \quad (2)$$

Ölçek esnekliği bire eşit ($v = 1$) iken, yukarıdaki eşitlikten de anlaşılacağı gibi ikame parametresinin (ρ) alabileceği en düşük değer -1 olup ikame esnekliği sonsuza gider ve eş-ürün eğrileri düz bir çizgi halini alır. $\rho = -1$ iken, σ sonsuza yaklaşır ve CES doğrusal bir fonksiyona dönüşür. Dolayısı ile girdiler birbirinin tam ikamesidir. $\rho = 0$ iken ikame esnekliği 1'e yaklaşır ve CES üretim fonksiyonu ikame esnekliğinin daima 1 olduğu Cobb-Douglas

¹ Orijinal CES üretim fonksiyonunda Arrow, vd. (1961) sadece ölçeğe göre sabit getirilerin olduğu durumu ($v = 1$) ele almışlardır. Fakat Kmenta (1967) çalışmasında CES üretim fonksiyonuna v parametresini eklemiştir. Bu parametreye göre ölçeğe göre azalan getirilerin olduğu durumda ($v < 1$) ve ölçeğe göre artan getirilerin olduğu durumda ($v > 1$) CES üretim fonksiyonu yeniden türetilmiştir. Bu çalışmada Arrow, vd. (1961) 'nin ortaya attığı ölçeğe göre getirinin sabit olduğu durumda ($v = 1$) geçerli olan CES üretim fonksiyonu kullanılmıştır.

üretim fonksiyonuna dönüşür. $\rho \rightarrow \infty$ ikame esnekliği sifıra yaklaşır ve CES üretim fonksiyonu girdiler arasında tam tamamlayıcılığın olduğunu ileri süren Leontief üretim fonksiyonuna dönüşür.

ρ 'nun -1 ile 0 arasındaki değerleri için 1 'den daha büyük ikame esnekliği söz konusudur. Emegın birim başına çıktı miktarı emegın sermayeye oranı arttıkça sürekli genişler, fakat sermaye/emek oranı sifıra yaklaştıkça emegın ortalama ürünü gelebileceği pozitif en küçük sınıra yaklaşır. ρ 'nun 0 ile ∞ arasında bir değer alması ikame esnekliğinin 1 'den küçük olması sebebiyle ampirik olarak ilginç bir durumdur. Bu durum ρ 'nun -1 ile 0 arasında bir değer aldığı durumdan oldukça farklıdır. Yani emek sabit bir miktarda sermaye ile doyunlaşacağından emegın birim başına çıktı miktarı en üst limitine ulaşır. Sermaye sabit bir miktarda emek ile doyunlaşacağından emegın verimliliği sıfırlanma eğilimindedir (Arrow, 1961: 230-231).

CES fonksiyonuna ait parametreler doğrusal değildir ve analitik olarak da doğrusallaştırılamaz. Bu nedenle sıklıkla kullanılan doğrusal tahmin teknikleri ile tahmin edilemez. Doğrusal tahmin teknikleri ile CES fonksiyonunu tahmin edebilmek için "Kmenta Yaklaşımı" (Kmenta, 1967) kullanılabilir. Alternatif olarak farklı optimizasyon algoritması kullanılarak doğrusal olmayan en küçük kareler ile tahmin edilebilir (Henningsen, Henningsen, 2011: 3).

Arrow, vd. (1961) tarafından iki girdili olarak önerilen CES fonksiyonu Sato (1967) tarafından dört girdili olacak şekilde geliştirilmiştir. Sato (1967) tarafından 4 girdili yuvalanmış (nested) CES fonksiyonu bir üst seviyeli CES fonksiyonunun içine iki alt seviyeli CES fonksiyonlarının yuvalanması ile oluşur. Bu yuvalanmış CES fonksiyonlarının temel dayanağı üst düzey CES fonksiyonundaki girdilerin her birinin alt düzey bir CES fonksiyonundaki bağımlı değişken tarafından yer değiştirilebilir olmasıdır.

$$y = \gamma[\delta CES_1 + (1 - \delta)CES_2]^{-v/\rho} \quad (3)$$

$$CES_i = \gamma_i(\delta_i x_{2_{i-1}}^{-\rho_i} + (1 - \delta_i)x_{2_i}^{-\rho_i})^{-v_i/\rho_i} \quad (4)$$

$i = 1, 2$

(4) numaralı fonksiyonda yer alan düşük seviyeli CES fonksiyonunda γ_i ve v_i katsayılarının normalleştirilmiş olduğunu varsaymak zorundayız. Çünkü bu normalleştirme olmaksızın yuvalanmış CES fonksiyonunun tüm katsayıları tahmin edilemez. Bu çerçevede yuvalanmış dört girdili CES fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$y = \gamma \left[\delta (\delta_1 x_1^{-\rho_1} + (1 - \delta_1)x_2^{-\rho_1})^{\rho/\rho_1} + (1 - \delta) (\delta_2 x_3^{-\rho_2} + (1 - \delta_2)x_4^{-\rho_2})^{\rho/\rho_2} \right]^{-v/\rho} \quad (5)$$

Üç girdili yuvalanmış CES fonksiyonu durumunda üst düzey CES fonksiyonunun tek girdisi daha farklılaşmış olur:

$$y = \gamma \left[\delta (\delta_1 x_1^{-\rho_1} + (1 - \delta_1)x_2^{-\rho_1})^{\rho/\rho_1} + (1 - \delta)x_3^{-\rho} \right]^{-v/\rho} \quad (6)$$

CES fonksiyonunun yuvalanması ampirik çalışmalar ve iktisat teorisinde bir çok uygulama için alternatif bir seçim yaratır ve esnekliği artırır. Yuvalanma yapısı iktisat teorisine bağlı olarak araştırmacının seçimine ve ampirik özelliklere bağlı olarak gerçekleştirilmelidir (Henningsen, Henningsen, 2011: 4).

3. VERİ SETİ, MODEL VE YÖNTEM

Bu çalışmada gelişmiş ve gelişmekte olan ülkelerde ikame esnekliğini tahmin etmek için 1970-2011 dönemine ait GSYH (GDP), Sermaye Stoku (K), Emek (L) ve Beşeri Sermaye (H)

verileri kullanılmıştır. GSYH ve Sermaye verileri 2005 yılı fiyatları (2005=100) ile reelleştirilmiştir. Emek verileri ülkede çalışan kişi sayısı olarak alınmıştır. Beşeri sermaye verileri ise, Barro-Lee 2012'ye göre eğitim yılı ve eğitimin getirisine dayalı kişi başına düşen beşeri sermaye endeksidir. Tüm veriler Penn World Table 8.1'den derlenmiştir.

Analizde toplamda 90 ülkeye ait veriler kullanılmıştır. Ülkelerin sınıflandırılması Dünya Bankası'nın gelir düzeyine göre ülke sınıflaması dikkate alınarak yapılmıştır. Bu çerçevede 40 yüksek gelirli, 21 üst orta gelirli, 19 alt orta gelirli ve 10 düşük gelirli ülke için ikame esnekliği tahmin edilmiştir.

Söz konusu ülkelerde ikame esnekliğini tahmin etmek için üç farklı CES fonksiyonu oluşturulmuştur. Bunlardan birincisi, sermaye ile emek arasındaki ikame esnekliğini tahmin etmemize yardımcı olacak (7) numaralı eşitlikte sunulan CES fonksiyonudur.

$$GDP_{i,t} = \gamma e^{\lambda t} [\delta K_{i,t}^{-\rho} + (1 - \beta)L_{i,t}^{-\rho}]^{-\frac{1}{\rho}} \quad (7)$$

İkincisi sermaye ile beşeri sermaye arasındaki ikame esnekliğinin tahmin edilmesine yardımcı olacak (8) numaralı eşitlikte sunulan CES fonksiyonudur.

$$GDP_{i,t} = \gamma e^{\lambda t} [\delta K_{i,t}^{-\rho} + (1 - \beta)H_{i,t}^{-\rho}]^{-\frac{1}{\rho}} \quad (8)$$

Üçüncüsü ise, üç girdili yuvalanmış CES fonksiyonu olarak oluşturulmuştur. Burada üst düzey CES fonksiyonunun içine emek ile beşeri sermayenin ikame esnekliğini ölçen alt düzey bir CES fonksiyonu oluşturulmuştur. Üst düzey CES fonksiyonunda ise emek ve beşeri sermayenin yer aldığı alt düzey CES fonksiyonu ile sermaye arasındaki ikame esnekliği tahmin edilecektir. Burada beklenti emek ile beşeri sermayenin birbirinin tam ikamesi olmasıdır.

$$GDP_{i,t} = \gamma e^{\lambda t} \left[\delta (\delta_1 L_{i,t}^{-\rho_1} + (1 - \delta_1) H_{i,t}^{-\rho_1})^{\rho/\rho_1} + (1 - \delta) K_{i,t}^{-\rho} \right]^{-1/\rho} \quad (9)$$

Her üç modele Hicks-Yansız teknolojik değişme modeline dayanan panel veri gruplarında yer alan her bir ülke için bir trend serisi ($e^{\lambda t}$) eklenmiştir. Modellerde yer alan λ teknolojik değişim oranını ifade ederken, t ise bir zaman değişkenini ifade etmektedir.

Çalışmada kullanılan modellerde tahmin edilmeye çalışacak parametrelerin belirli kısıtları vardır. Bu çerçevede, $\gamma \in [0, \infty)$; δ ve $\delta_1 \in [0, 1]$; ρ ve $\rho_1 \in [-1, 0) \cup (0, \infty)$ olmalıdır. Parametrelerin belirtilen sınırlar dışında olması durumunda istatistiksel olarak anlamlı dahi olsa iktisadi açıdan anlamlı olmayacaktır.

Çalışmada ele alınan 3 CES fonksiyonunun tahmini için Henningsen ve Henningsen (2011) tarafından geliştirilen micEconCES R yazılım paketinden yararlanılmıştır. Bu çerçevede oluşturulan her üç CES fonksiyonu dört ülke grubu içinde sekiz farklı optimizasyon algoritması kullanılarak panel veri seti için doğrusal olmayan en küçük kareler yöntemi ile tahmin edilecektir. Bu bağlamda çalışmada kısıtsız optimizasyon için gradyan tabanlı algoritmalarından Newton Algoritması, Levenberg-Marquardt (LM) Algoritması (Marquardt, 1963) ve Broyden (1970), Fletcher (1970), Goldfarb (1970) ve Shanno (1970) tarafından geliştirilen BFGS Algoritması; kısıtlı optimizasyon için gradyan tabanlı algoritmalarından PORT Rutinleri (Gay, 1990) ve Byrd vd. (1995) tarafından önerilen BFGS algoritmasının modifiye edilmiş hali olan L-BFGS-B Algoritması; global optimizasyon algoritmalarında da Nelder-Mead (NM) Algoritması (Nelder and Mead, 1965), Benzetiilmiş Tavlama (SANN) Algoritması (Kirkpatrick, Gelatt ve Vecchi, 1983; Cerny, 1985) ve Diferansiyel Gelişim (DE) Algoritması (Storn ve Price, 1997) kullanılmıştır. Kullanılan optimizasyon algoritmaları CES fonksiyonun parametrelerinin tahminlerinde farklılık gösterebilir. Elde edilen tahminlerden hangisinin kullanılacak olduğunu belirleyen faktörler tahminlerin iktisadi teoriye uygun olması ve istatistiksel olarak anlamlı olmasıdır.

4. BULGULAR

4.1. Birinci Model [K,L] CES Üretim Fonksiyonu Tahminleri

Sermaye ile emek arasındaki ikame esnekliğinin tahmin edilmeye çalışıldığı birinci model için düşük gelirli ülkelere ait sonuçlar Tablo 1’de sunulmuştur. Elde edilen sonuçlar her bir yöntem için de ya iktisat teorisi açısından anlamsız (Newton, BFGS, LM, SANN) ya da istatistiksel olarak anlamsız (L-BFGS-B, PORT, NM, DE) sonuçlardır. Dolayısı ile oluşturulan CES fonksiyonu düşük gelirli ülkeler için üretim ilişkilerini ve üretici davranışlarını açıklayan ya da temsil kabiliyeti olan bir üretim fonksiyonu değildir.

Tablo1. Düşük Gelirli Ülkeler İçin 1. Model [K,L] CES Üretim Fonksiyonu tahminleri

Yöntem	γ	λ	δ	ρ	R^2	σ
Newton	0.269 [0.059]***	0.007 [0.004]*	1.000 [0.000]***	-4.348 [4.390]	-0.02	NA
BFGS	0.269 [0.059]***	0.008 [0.005]*	1.000 [0.000]***	-4.424 [4.498]	-0.02	NA
LM	0.232 [0.062]***	0.010 [0.004]***	1.000 [0.000]***	-3.726 [3.794]	-0.02	NA
L-BFGS-B	0.002 [0.080]	0.003 [0.005]	0.049 [31.146]	-0.531 [121.795]	-0.05	2.133 [554.2]
PORT	0.061 [0.258]	0.004 [0.004]	0.975 [0.320]	-1.000 [2.511]	-0.05	Doğrusal Üretim F.
NM	0.006 [0.200]	0.003 [0.005]	0.581 [16.897]	-0.724 [12.808]	-0.05	3.623 [167.7]
SANN	0.142 [0.157]	0.007 [0.005]	0.999 [0.008]***	-1.557 [2.032]	-0.04	NA
DE	0.061 [0.258]	0.004 [0.004]	0.975 [0.002]***	-1.000 [2.511]	-0.05	Doğrusal Üretim F.

Not: Koyulaştırılan tahmin yöntemleri iktisadi teorisi açısından ya da istatistiksel olarak anlamsız tahmin sonuçlarıdır. *,**,*** sırasıyla %10, %5, %1 düzeyinde istatistiksel olarak anlamlılığı temsil etmektedir. ρ parametresinin -1.000 değerini aldığı durumda CES fonksiyonu Doğrusal Üretim Fonksiyonu’na dönüşmektedir. Köşeli parantez içindeki değerler standart hataları temsil etmektedir.

Birinci model için alt orta gelirli ülkelere ait sonuçlar Tablo 2’de sunulmuştur. Elde edilen sonuçlar çerçevesinde tüm optimizasyon algoritmalarından istatistiksel olarak ve iktisat teorisi açısında anlamlı sonuçlar elde edilmiş olup, beş farklı optimizasyon algoritmasına (Newton, LM, L-BFGS-B, PORT, NM) göre ikame esnekliği 0.356 olarak tahmin edilmiştir.

Tablo 2. Alt Orta Gelirli Ülkeler İçin 1. Model [K,L] CES Üretim Fonksiyonu tahminleri

Yöntem	γ	λ	δ	ρ	R^2	σ
Newton	0.008 [0.001]***	0.009 [0.001]***	0.001 [0.001]	1.810 [0.222]***	0.99	0.356 [0.028]***
BFGS	0.008 [0.001]***	0.010 [0.001]***	0.001 [0.001]	1.676 [0.214]***	0.99	0.374 [0.029]***
LM	0.008 [0.001]***	0.009 [0.001]***	0.001 [0.001]	1.810 [0.222]***	0.99	0.356 [0.028]***
L-BFGS-B	0.008 [0.001]***	0.009 [0.001]***	0.001 [0.001]	1.810 [0.222]***	0.99	0.356 [0.028]***
PORT	0.008 [0.001]***	0.009 [0.001]***	0.001 [0.001]	1.810 [0.222]***	0.99	0.356 [0.028]***
NM	0.008 [0.001]***	0.009 [0.001]***	0.001 [0.0005]	1.805 [0.222]***	0.99	0.356 [0.028]***
SANN	0.026 [0.008]***	0.015 [0.001]***	0.350 [0.159]*	0.186 [0.171]	0.99	0.843 [0.122]***
DE	0.008 [0.001]***	0.011 [0.002]***	0.002 [0.002]	1.471 [0.204]***	0.99	0.405 [0.033]***

Not: Tablo 1’de yer alan notlar bu tablo içinde geçerlidir.

Üst orta gelirli ülkeler için birinci modele ait sonuçlar Tablo 3'te sunulmuştur. Tüm optimizasyon algoritmaları için ikame esnekliğine ilişkin anlamlı sonuçlar elde edilmiş olsa da beş farklı optimizasyon algoritmasına (BFGS, LM, L-BFGS-B, PORT, DE) göre sermaye ile emek arasındaki ikame esnekliği 0.536 olarak tahmin edilmiştir.

Tablo 3. Üst Orta Gelirli Ülkeler İçin 1. Model [K,L] CES Üretim Fonksiyonu tahminleri

YÖNTEM	γ	λ	δ	ρ	R^2	σ
Newton	0.264 [0.099]***	-0.004 [0.001]***	0.824 [0.352]**	0.551 [0.736]	0.99	0.645 [0.306]**
BFGS	0.210 [0.134]	-0.004 [0.001]***	0.613 [0.599]	0.867 [0.788]	0.99	0.536 [0.226]**
LM	0.210 [0.134]	-0.004 [0.001]***	0.613 [0.599]	0.867 [0.788]	0.99	0.536 [0.226]**
L-BFGS-B	0.210 [0.134]	-0.004 [0.001]***	0.613 [0.599]	0.867 [0.788]	0.99	0.536 [0.226]**
PORT	0.210 [0.134]	-0.004 [0.001]***	0.613 [0.599]	0.867 [0.788]	0.99	0.536 [0.226]**
NM	0.165 [0.131]	-0.004 [0.001]***	0.407 [0.625]	1.121 [0.825]	0.99	0.472 [0.183]**
SANN	0.228 [0.132]*	-0.004 [0.001]***	0.684 [0.556]	0.784 [0.797]	0.99	0.561 [0.250]**
DE	0.210 [0.134]	-0.004 [0.001]***	0.613 [0.599]	0.867 [0.788]	0.99	0.536 [0.226]**

Not: Tablo 1'de yer alan notlar bu tablo içinde geçerlidir.

Yüksek gelirli ülkeler için sermaye ile emek arasındaki ikame esnekliğini tahmin etmeye çalışan birinci modele ait tahmin sonuçları tablo 4'de sunulmuştur. Elde edilen sonuçlara göre tüm optimizasyon algoritmaları için istatistiksel olarak ve iktisat teorisi açısından anlamlı sonuçlar elde edilmiştir. Bununla birlikte altı optimizasyon algoritmasına (Newton, LM, L-BFGS-B, PORT, NM, DE) göre sermaye ile emek arasındaki ikame esnekliği 1.713 olarak hesaplanmıştır.

Tablo 4. Yüksek Gelirli Ülkeler İçin 1. Model [K,L] CES Üretim Fonksiyonu tahminleri

YÖNTEM	γ	λ	δ	ρ	R^2	σ
Newton	0.209 [0.016]***	0.004 [0.000]***	0.850 [0.060]***	-0.416 [0.236]*	0.99	1.713 [0.693]**
BFGS	0.209 [0.016]***	0.004 [0.000]***	0.850 [0.060]***	-0.417 [0.236]*	0.99	1.716 [0.696]***
LM	0.209 [0.016]***	0.004 [0.000]***	0.850 [0.060]***	-0.416 [0.236]*	0.99	1.713 [0.693]**
L-BFGS-B	0.209 [0.016]***	0.004 [0.000]***	0.850 [0.060]***	-0.416 [0.236]*	0.99	1.713 [0.693]**
PORT	0.209 [0.016]***	0.004 [0.000]***	0.850 [0.060]***	-0.416 [0.236]*	0.99	1.713 [0.693]**
NM	0.209 [0.016]***	0.004 [0.000]***	0.850 [0.060]***	-0.416 [0.236]*	0.99	1.713 [0.694]**
SANN	0.172 [0.019]***	0.004 [0.000]***	0.637 [0.119]***	0.243 [0.273]	0.99	0.804 [0.177]***
DE	0.209 [0.016]***	0.004 [0.000]***	0.850 [0.060]***	-0.416 [0.236]*	0.99	1.713 [0.693]**

Not: Tablo 1'de yer alan notlar bu tablo içinde geçerlidir.

Sermaye ile emek arasındaki ikame esnekliğinin birden küçük olduğu durumlarda Arrow, vd. (1961)'nin de ifade ettiği gibi emeğin verimliliği sermaye yetersizliği nedeniyle sıfırlanma eğilimindedir. Bu bağlamda elde edilen sonuçlar değerlendirildiğinde gelir arttıkça ikame

esnekliğinin artması emeğin kişi başına düşen gelirin yüksek olduğu ülkelerde daha verimli olduğunu göstermektedir. Dolayısı ile yüksek gelirli ülkelerde emeğin verimliliği diğer ülkelere göre daha yüksektir.

4.2. İkinci Model [K,H] CES Üretim Fonksiyonu Tahminleri

Sermaye ile beşeri sermaye arasındaki ikame esnekliğinin tahmin edilmeye çalışıldığı ikinci model için düşük gelirli ülkelere ait sonuçlar tablo 5’de sunulmuştur. Elde edilen sonuçların tamamı iktisat teorisi açısından anlamlı olsa dahi elde edilen sonuçlar istatistiksel olarak anlamlı değildir. Aynı şekilde benzer bir sonuç tablo 6’da sunulan alt orta gelirli ülkeler için de geçerlidir. Tablo 6’ya baktığımızda dört farklı optimizasyon algoritması (Newton, BFGS, LM, NM) iktisadi açıdan anlamsız iken diğer dört optimizasyon algoritması da istatistiksel olarak anlamsızdır. Dolayısı ile sermaye ve beşeri sermaye arasındaki ikame esnekliğini tahmin etmek için oluşturulan CES fonksiyonu hem düşük gelirli ülkeler için hem de alt orta gelirli ülkeler için üretim ilişkilerini ve üretici davranışlarını açıklayan ya da temsil kabiliyeti olan bir üretim fonksiyonu değildir.

Tablo 5. Düşük Gelirli Ülkeler İçin 2. Model [K,H] CES Üretim Fonksiyonu Tahminleri

YÖNTEM	γ	λ	δ	ρ	R^2	σ
Newton	4921 [37390]	0.023 [0.003]***	0.515 [8892]	2.247 [2689]	0.38	0.308 [7807]
BFGS	2345 [9219]	0.023 [0.004]***	0.809 [1374]	1.555 [1003]	0.38	0.391 [1536]
LM	4921 [37390]	0.023 [0.003]***	0.515 [8892]	2.247 [2689]	0.38	0.308 [2551]
L-BFGS-B	695.4 [4795]	0.023 [0.003]***	0.994 [1243]	2.252 [2435]	0.38	0.308 [2303]
PORT	4798 [NA]	0.023 [NA]	0.422 [NA]	1.577 [NA]	0.38	0.388 [NA]
NM	756.7 [3895]	0.022 [0.003]***	0.987 [1765]	1.981 [1580]	0.38	0.335 [1778]
SANN	695.3 [6459]	0.023 [0.004]***	0.978 [4715]	1.667 [2438]	0.38	0.375 [3428]
DE	6103 [75650]	0.023 [0.003]***	0.495 [4369]	6.374 [5269]	0.38	0.135 [9689]

Not: Tablo 1’de yer alan notlar bu tablo içinde geçerlidir.

Tablo 6: Alt Orta Gelirli Ülkeler İçin 2. Model [K,H] CES Üretim Fonksiyonu Tahminleri

YÖNTEM	γ	λ	δ	ρ	R^2	σ
Newton	4936 [16640]	-0.004 [0.001]***	0.000 [0.000]	-1.970 [4.406]	0.98	NA
BFGS	91.81 [3154]	-0.004 [0.001]***	0.002 [1.617]	-1.188 [66.23]	0.98	NA
LM	0.152 [0.083]*	-0.013 [0.001]***	1.065 [0.055]***	0.054 [0.056]	0.99	0.949 [0.051]***
L-BFGS-B	4936 [4993]	-0.004 [0.001]***	0.000 [0.000]	-1.000 [0.366]	0.98	Doğrusal Üretim F.
PORT	7.719 [1418]	-0.004 [0.001]***	0.068 [165.0]	-1.000 [223.4]	0.98	Doğrusal Üretim F.
NM	5285 [15200]	-0.004 [-7.569]***	0.000 [0.000]	-1.960 [3.859]	0.98	NA
SANN	4937 [3766]	-0.002 [0.001]**	0.000 [0.001]	-0.826 [0.204]***	0.98	5.731 [6.710]
DE	4.031 [1440]	-0.004 [0.001]***	0.131 [582.0]	-1.000 [436.7]	0.98	Doğrusal Üretim F.

Not: Tablo 1’de yer alan notlar bu tablo içinde geçerlidir.

Üst orta gelirli ülkeler için ikinci modele ait sonuçlar tablo 7’de sunulmuştur. Tüm optimizasyon algoritmaları için ikame esnekliğine ilişkin hem iktisadi açıdan hem de istatistiksel olarak anlamlı sonuç elde edilen 4 optimizasyon algoritması (BFGS, LM, PORT, DE) bulunmaktadır. Bu sonuçlardan üçü (BFGS, PORT ve DE) sermaye ve beşeri sermaye arasındaki ikame esnekliğini 1.500 civarında tahmin etmiştir.

Tablo 7: Üst Orta Gelirli Ülkeler İçin 2. Model [K,H] CES Üretim Fonksiyonu Tahminleri

YÖNTEM	γ	λ	δ	ρ	R^2	σ
Newton	8717 [3749]**	-0.004 [0.001]***	0.000 [0.000]	-0.880 [0.137]***	0.99	8.309 [9.474]
BFGS	105.2 [318.1]	-0.003 [0.000]***	0.118 [0.240]	-0.368 [0.162]**	0.99	1.582 [0.405]***
LM	0.340 [0.008]***	-0.001 [0.001]	1.000 [0.000]***	0.970 [0.304]***	0.99	0.508 [0.078]***
L-BFGS-B	8717 [3749]**	-0.004 [0.001]***	0.000 [0.000]	-0.880 [0.137]***	0.99	8.313 [9.487]
PORT	80.76 [255.6]	-0.003 [0.001]***	0.141 [0.282]	-0.354 [0.164]**	0.99	1.548 [0.392]***
NM	9560 [5127]*	-0.005 [0.000]***	0.000 [0.000]	-2.596 [3.501]	0.99	NA
SANN	8717 [3824]**	-0.006 [0.001]***	0.000 [0.000]	-0.829 [0.124]***	0.99	5.857 [4.236]
DE	55.34 [183.8]	-0.003 [0.001]***	0.178 [0.344]	-0.334 [0.165]**	0.99	1.501 [0.371]***

Not: Tablo 1’de yer alan notlar bu tablo içinde geçerlidir.

Yüksek gelirli ülkeler için sermaye ile beşeri sermaye arasındaki ikame esnekliğini tahmin eden ikinci modele ait tahmin sonuçları tablo 8’de sunulmuştur. İstatistiksel olarak ve iktisadi açıdan anlamlı sadece bir tane optimizasyon algoritması (SANN) vardır. Bu bağlamda yüksek gelirli ülkeler için sermaye ve beşeri sermaye arasındaki ikame esnekliği 4.198 olarak hesaplanmıştır.

Tablo 8: Yüksek Gelirli Ülkeler İçin 2. Model [K,H] CES Üretim Fonksiyonu Tahminleri

YÖNTEM	γ	λ	δ	ρ	R^2	σ
Newton	12360 [4096]**	-0.0002 [0.000]	0.000 [0.000]	-1.202 [0.202]	0.99	NA
BFGS	347.5 [2322]	-0.0002 [0.000]	0.009 [0.074]	-0.691 [0.690]	0.99	3.233 [7.209]
LM	284.4 [2341]	-0.0003 [0.000]	0.008 [0.097]	-0.700 [0.841]	0.99	3.337 [9.368]
L-BFGS-B	12360 [3875]***	-0.0002 [0.000]	0.000 [0.000]	-1.000 [0.126]***	0.99	Doğrusal Üretim F.
PORT	6790 [4205]	-0.0002 [0.000]	0.000 [0.000]	-1.000 [0.208]***	0.99	Doğrusal Üretim F.
NM	13570 [4037]***	-0.0002 [0.000]	0.000 [0.000]	-1.225 [0.195]***	0.99	NA
SANN	12360 [3538]***	0.0002 [0.000]	0.0003 [0.000]	-0.762 [0.071]***	0.99	4.198 [1.243]***
DE	6285 [4195]	-0.0003 [0.000]	0.000 [0.000]	-0.978 [0.210]***	0.99	46.39 [450.8]

Not: Tablo 1’de yer alan notlar bu tablo içinde geçerlidir.

Düşük gelirli ülkelerde ve alt orta gelirli ülkelerde sermaye ile beşeri sermaye arasında anlamlı bir ikame esnekliği bulunamazken gelir arttıkça anlamlı bir ikame esnekliği tahmin edilmiş ve gelire bağlı olarak ikame esnekliğinin de arttığı görülmüştür.

4.3. Üçüncü Model [(L,H),K] CES Üretim Fonksiyonu Tahminleri

Emek ile beşeri sermaye ve sermaye arasındaki ikame esnekliğini tahmin etmek için oluşturulan yuvalanmış CES üretim fonksiyonuna ilişkin düşük gelirli ülkelere ait tahmin sonuçları tablo 9’da sunulmuştur. Elde edilen sonuçlardan tamamı istatistiksel olarak anlamsız olmakla beraber iki optimizasyon algoritması (Newton ve SANN) iktisadi açıdan da anlamsızdır. Benzer şekilde alt orta gelirli ülkeler içinde elde edilen tüm tahmin sonuçları tablo 10’den görüleceği üzere istatistiksel olarak anlamsız olmakla beraber, beş optimizasyon algoritması (Newton, BFGS, LM, NM ve SANN) tahmin sonuçları da iktisadi açıdan anlamsızdır.

Tablo 9: Düşük Gelirli Ülkeler İçin 3. Model [(L,H),K] CES Üretim Fonksiyonu Tahminleri

YÖNTEM	γ	λ	δ_1	δ	ρ_1	ρ	R^2	σ_1	σ
Newton	64.17 [1629]	0.023 [0.003] ***	0.996 [1875]	4.995 [1024]	1.163 [3331]	11.390 [1138]	0.38	0.462 [712.1]	0.081 [7411]
BFGS	651.2 [1447]	0.023 [0.004] ***	0.480 [4818]	0.116 [5779]	0.566 [1270]	1.809 [7258]	0.38	0.639 [517.8]	0.356 [9198]
LM	477.6 [9111]	0.023 [0.004] ***	0.939 [1479]	0.978 [1516]	1.054 [1702]	2.278 [1159]	0.38	0.487 [4032]	0.305 [1079]
L-BFGS-B	64.16 [0.023]	0.023 [0.004] ***	0.993 [1365]	0.996 [1655]	1.050 [1220]	3.212 [1096]	0.38	0.488 [290.3]	0.237 [6177]
PORT	1064 [NA]	0.023 [NA]	0.839 [NA]	0.032 [NA]	1.172 [NA]	11.650 [NA]	0.38	0.460 [NA]	0.079 [NA]
NM	29.09 [9095]	0.023 [0.004] ***	0.828 [89.89]	0.071 [129.8]	0.448 [41.31]	1.727 [190.2]	0.38	0.691 [19.71]	0.367 [25.58]
SANN	64.45 [5406]	0.019 [0.004] ***	0.760 [3.316]	2.748 [54.03]	0.185 [1.192]	0.377 [0.402]	0.47	0.844 [0.848]	0.726 [0.212] ***
DE	5115 [NA]	0.023 [NA]	0.695 [NA]	0.650 [NA]	5.058 [NA]	8.799 [NA]	0.38	0.165 [NA]	0.102 [NA]

Not: Tablo 1’de yer alan notlar bu tablo içinde geçerlidir.

Tablo 10: Alt Orta Gelirli Ülkeler İçin 3. Model [(L,H),K] CES Üretim Fonksiyonu Tahminleri

YÖNTEM	γ	λ	δ_1	δ	ρ_1	ρ	R^2	σ_1	σ
Newton	416.1 [NA]	-0.004 [NA]	-1.542 [NA]	0.999 [NA]	1.505 [NA]	-1.561 [NA]	0.98	0.399 [NA]	NA
BFGS	240.4 [1962]	-0.004 [0.001] ***	-0.226 [56.27]	0.917 [27.92]	-0.087 [12.28]	-0.406 [23.99]	0.98	1.096 [17.73]	1.685 [68.07]
LM	0.737 [8935]	-0.004 [0.001]	-0.558 [9901]	0.167 [3734]	-0.053 [1074]	-0.531 [1872]	0.99	1.056 [1197]	2.132 [8509]
L-BFGS-B	416.1 [7819]	-0.004 [0.001] ***	0.000 [9347]	0.999 [23.54]	0.496 [1350]	-1.000 [6.017]	0.98	0.669 [6034]	Doğrusal Üretim F.
PORT	4.844 [NA]	-0.004 [NA]	0.000 [NA]	0.892 [NA]	31.735 [NA]	-1.000 [NA]	0.98	0.031 [NA]	Doğrusal Üretim F.
NM	463.6 [6375]	-0.004 [0.002] ***	-0.303 [335.7]	0.983 [14.15]	0.098 [55.11]	-0.596 [2.235]	0.98	0.911 [45.70]	2.473 [13.67]
SANN	415.1 [NA]	-0.004 [NA]	-0.332 [NA]	0.995 [NA]	0.859 [NA]	-0.788 [NA]	0.98	0.538 [NA]	4.712 [NA]
DE	0.482 [95.77]	0.016 [0.001]	0.014 [10.56]	0.305 [65.91]	-0.736 [46.30]	0.478 [0.176]	0.99	3.788 [664.3]	0.677 [0.080]

--	--	-----	--

Not: Tablo 1’de yer alan notlar bu tablo içinde geçerlidir.

Üst orta gelirli ülkeler için üçüncü modele ait sonuçlar tablo 11’de sunulmuştur. Tüm optimizasyon algoritmaları içinde ikame esnekliğine ilişkin hem iktisadi açıdan hem de istatistiksel olarak anlamlı sonuç elde edilen 3 optimizasyon algoritması (L-BFGS-B, PORT, DE) olmakla birlikte emek ile beşeri sermaye arasındaki ikame parametresinin (ρ_1) -1.000 olması beklenmektedir. Fakat her üç optimizasyon algoritması için de bu sonuç elde edilemediği gibi emek ile beşeri sermaye arasındaki ikame esnekliği (σ_1) için elde edilen tahmin sonuçları istatistiksel olarak anlamsızdır. Bununla birlikte emek ile beşeri sermayenin oluşturduğu alt düzey CES fonksiyonu ile sermaye arasındaki ikame esnekliğine (σ) ilişkin tahmin sonuçları istatistiksel olarak anlamlı sonuçlar elde edilmiş olup, tahmin sonuçları arasında bir tutarlılık gözlenmemiştir. Tahmin sonuçları arasındaki tek tutarlılık ikame esnekliğinin birden büyük olmasıdır.

Tablo 11: Üst Orta Gelirli Ülkeler İçin 3. Model [(L,H),K] CES Üretim Fonksiyonu Tahminleri

YÖNTEM	γ	λ	δ_1	δ	ρ_1	ρ	R^2	σ_1	σ
Newton	731.8 [3768]	-0.003 [0.001] **	-9.046 [2494]	0.861 [1813]	0.399 [167.4]	-0.253 [0.337]	0.99	0.715 [85.51]	1.339 [0.605] **
BFGS	729.7 [8152]	-0.005 [0.001] ***	-0.166 [1.323]	0.849 [0.546]	-0.100 [0.373]	-0.248 [0.533]	0.99	1.111 [0.461]**	1.330 [0.943]
LM	0.320 [0.007] ***	0.002 [0.001] ***	0.000 [0.000]	0.000 [0.000]	-8.184 [10.79]	1.625 [0.269] ***	0.99	NA	0.381 [0.039] ***
L-BFGS-B	731.8 [3522]	-0.003 [0.001] ***	0.000 [2942]	0.978 [52.3]	0.597 [7971]	-0.495 [0.265]*	0.99	0.626 [3124]	1.981 [1.038]*
PORT	11.090 [7873]	-0.003 [0.001] ***	0.000 [3557]	0.604 [7230]	30.24 [4181]	-0.257 [0.176]	0.99	0.032 [4283]	1.346 [0.319] ***
NM	787.7 [2949]	-0.004 [0.001] ***	0.379 [98.96]	0.995 [1.204]	0.303 [29.640]	-0.694 [0.299]	0.99	0.767 [17.45]	3.265 [3.188]
SANN	731.9 [NA]	-0.003 [NA]	0.395 [NA]	0.982 [NA]	1.126 [NA]	-0.521 [NA]	0.99	0.470 [NA]	2.089 [NA]
DE	164.7 [371.2]	-0.002 [0.001] **	0.002 [0.043]	0.898 [0.201] ***	-0.267 [1.289]	-0.361 [0.216]*	0.99	1.364 [2.396]	1.564 [0.528] ***

Not: Tablo 1’de yer alan notlar bu tablo içinde geçerlidir.

Son olarak yüksek gelirli ülkeler için üçüncü modele ilişkin yuvalanmış CES fonksiyonuna ait tahmin sonuçları tablo 12’de sunulmuştur. Elde edilen tahmin sonuçlarından beş optimizasyon algoritması (Newton, BFGS, LM, NM, SANN) iktisat teorisi açısından anlamsız iken iki tanesi (L-BFGS-B, DE) istatistiksel olarak anlamsızdır. Tablo 12’den görüleceği üzere sadece PORT optimizasyon algoritmasından elde edilen sonuçlar iktisadi açıdan ve istatistiksel olarak anlamlıdır. Yüksek gelirli ülkelerde emek ve beşeri sermaye arasında ikame parametresi (ρ_1) -1.000 olarak tahmin edilmiş olup, doğrusal üretim fonksiyonu geçerlidir. Bu bağlamda, yüksek gelirli ülkelerde emek ile beşeri sermaye arasında tam ikame söz konusudur. Diğer taraftan emek ve beşeri sermayenin oluşturduğu alt düzey CES fonksiyonu ile sermaye arasındaki ikame esnekliği 1.925 olarak hesaplanmıştır. Elde edilen ikame esnekliğinin birden büyük olarak hesaplanması birbirinin tam ikamesi olan emek ve beşeri sermayenin yüksek gelirli ülkelerde verimliliğinin yüksek olduğunu göstermektedir. Elde edilen bu sonucun yüksek gelirli ülkeler için gerçekleştirilen emek ile sermaye arasındaki ikame

esnekliğini tahmin etmeye çalışan birinci modelden ve beşeri sermaye ile sermaye arasındaki ikame esnekliğini tahmin etmeye çalışan ikinci modelden elde edilen tahmin sonuçları ile tutarlı olduğu söylenebilir.

Elde edilen bu tahmin sonuçları bağlamında, yuvalanmış CES fonksiyonuna ilişkin üretim davranışlarını açıklayan ve söz konusu üretim fonksiyonunun temsil kabiliyetinin olduğu tek ülke grubu yüksek gelirli ülkelerdir.

Tablo 12: Yüksek Gelirli Ülkeler İçin 3. Model [(L,H),K] CES Üretim Fonksiyonu Tahminleri

YÖNTEM	γ	λ	δ_1	δ	ρ_1	ρ	R^2	σ_1	σ
Newton	1036 [11390]	-0.0002 [0.000]	0.995 [9260]	1.000 [17.73]	2.252 [9171]	-1.088 [0.211]	0.99	0.284 [7394]	NA
BFGS	1562 [1615]	0.003 [0.000] ***	-0.047 [0.090]	0.868 [0.144] ***	-0.177 [0.105] *	-0.234 [0.106] **	0.99	1.215 [0.155] ***	1.305 [0.180] ***
LM	0.338 [1335]	0.004 [0.000] ***	0.067 [8741]	0.343 [9411]	-1.040 [9950]	-0.416 [0.241] *	0.99	NA	1.713 [0.706]
L-BFGS-B	1036 [4261]	-0.0002 [0.000]	0.000 [0.000]	0.998 [55.62]	0.663 [2859]	-0.785 [0.884]	0.99	0.601 [1034]	4.658 [19.18]
PORT	19.65 [2074]	0.004 [0.000] ***	0.000 [0.059]	0.902 [4.984]	-1.000 [20.03]	-0.480 [0.241] **	0.99	Doğrusal Üretim F.	1.925 [0.891] **
NM	1134 [9986]	-0.0003 [0.000]	-0.212 [9.369]	0.968 [1.411]	-0.088 [2.162]	-0.420 [5.171]	0.99	1.097 [2.601]	1.723 [15.359]
SANN	1037 [9051]	0.0003 [0.000]	-0.055 [15.30]	0.995 [0.291]	0.040 [18.46]	-0.644 [0.785]	0.99	0.962 [17.084]	2.810 [6.197]
DE	19.59 [3421]	0.003 [0.000] ***	0.000 [0.223]	0.959 [5.055]	-0.929 [25.81]	-0.701 [0.264] ***	0.99	14.040 [5087]	3.342 [2.947]

Not: Tablo 1’de yer alan notlar bu tablo içinde geçerlidir.

5. SONUÇ

Bu çalışmada 1970-2011 dönemine ait yıllık veriler kullanılarak gelir sınıflamasına göre ayrılmış 90 gelişmiş ve gelişmekte olan ülke için CES üretim fonksiyonu çerçevesinde oluşturulan 3 modele ait parametreler ve ikame esneklikleri tahmin edilmiştir. Çalışmada oluşturulan 3 modelde ilk olarak sermaye ile emek arasında, ikinci olarak sermaye ile beşeri sermaye arasındaki ikame esnekliği tahmin edilmiştir. Üçüncü ve son modelde ise, emek ile beşeri sermayenin ikame esnekliğini ölçen alt düzey CES fonksiyonu ile sermaye arasındaki ikame esnekliğini tahmin etmek için yuvalanmış CES fonksiyonu oluşturulmuştur.

Sermaye ile emek arasındaki ikame esnekliğinin tahmin edildiği modele ait sonuçlara baktığımızda sadece düşük gelirli ülkeler için iktisat teorisi açısından ve istatistiksel olarak anlamlı bir sonuç elde edilememişken diğer 3 ülke grubu içinde anlamlı sonuçlar elde edilmiştir. Buna göre gelir düzeyi arttıkça ikame esnekliğinin de arttığı görülmektedir. Dolayısı ile gelir düzeyi artan ülkelerde ikame esnekliğinin artması ile emek verimliliğinin gelir düzeyi yüksek olan ülkelerde daha fazla olduğunu ifade edebiliriz.

Sermaye ile beşeri sermaye arasındaki ikame esnekliğine ilişkin modele ait sonuçlara baktığımızda düşük gelirli ve alt orta gelirli ülkelerde iktisat teorisi açısından ve istatistiksel olarak anlamlı sonuçlara rastlanmamıştır. Diğer taraftan ikame esnekliğine ilişkin üst orta gelirli ve yüksek gelirli ülkelerde anlamlı sonuçlar elde edilmiştir. Buna göre gelir düzeyi yüksek ülkelerde ikame esnekliği daha yüksek çıkmış olup beşeri sermayenin yüksek gelirli ülkelerde verimliliğinin daha fazla olduğu söylenebilir.

Emek ile beşeri sermaye ve sermaye arasındaki ikame esnekliklerini tahmin etmek için oluşturulan yuvalanmış CES fonksiyonuna ilişkin düşük gelirli, alt orta gelirli ve üst orta gelirli

ülkeler için istatistiksel olarak ya da iktisat teorisi açısından anlamlı sonuçlar elde edilememiştir. Sadece yüksek gelirli ülkelerde emek ile beşeri sermayenin birbirinin tam ikamesi olduğu sonucuna ulaşılırken emek ile beşeri sermayenin yer aldığı alt düzey CES fonksiyonu ile sermaye arasındaki ikame esnekliği 1'den büyük olarak hesaplanmış olup, sermayenin verimliliğinin yüksek gelirli ülkelerde verimliliğinin yüksek olduğu söylenebilir.

REFERANSLAR

- Arrow, K. J., Chenery B. H., Minhas, B. S., Solow, R. M. (1961). Capital-Labor Substitution and Economic Efficiency. *The Review of Economics and Statistics*, 15(1), 225-250.
- Broyden, C. G. (1970). The Convergence of a Class of Double-rank Minimization Algorithms. *Journal of the Institute of Mathematics and Its Applications*, 6, 76-90.
- Byrd, R., Lu, P., Nocedal, J., Zhu, C. (1995). A Limited Memory Algorithm for Bound Constrained Optimization. *SIAM Journal for Scientific Computing*, 16, 1190-1208.
- Cerny, V. (1985). A Thermodynamical Approach to the Travelling Salesman Problem: an Efficient Simulation Algorithm. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 45, 41-51.
- Fletcher, R. (1970). A New Approach to Variable Metric Algorithms. *Computer Journal*, 13, 317-322.
- Gay, D. M. (1990). Usage Summary for Selected Optimization Routines. *Computing Science Technical Report*, 153, AT&T Bell Laboratories.
- Goldfarb, D. (1970). A Family of Variable Metric Updates Derived by Variational Means. *Mathematics of Computation*, 24, 23-26.
- Henningsen, A. & Henningsen, G. (2011). Econometric Estimation of the "Constant Elasticity of Substitution" Function in R: Package micEconCES. *Institute of Food and Resource Economics Working Paper*, 2011/9.
- Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., Vecchi, M. P. (1983). Optimization by Simulated Annealing. *Science*, 220(4598), 671-680.
- Kmenta, J. (1967). On Estimation of the CES Production Function. *International Economic Review*, 8, 180-189.
- Marquardt, D. W. (1963). An Algorithm for Least-Squares Estimation of Non-linear Parameters. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 11(2), 431-441.
- Nelder, J. A. & Mead, R. (1965). A Simplex Algorithm for Function Minimization. *Computer Journal*, 7, 308-313.
- Price, K. V.
- Sato, K. (1967). A Two-Level Constant-Elasticity-of-Substitution Production Function. *The Review of Economic Studies*, 43, 201-218.
- Shanno, D. F. (1970). Conditioning of Quasi-Newton Methods for Function Minimization. *Mathematics of Computation*, 24, 647-656.
- Storn, R. & Price, K. (1997). Differential Evolution- A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces. *Journal of Global Optimization*, 11, 341-359.

EY International Congress on Economics II
"Growth, Inequality and Poverty"
November5-6, 2015, Ankara/Turkey

EKLER

Ek 1: Analizde Kullanılan Ülkeler

Sıralama	Düşük Gelirli Ülkeler	Alt Orta Gelirli Ülkeler	Üst Orta Gelirli Ülkeler	Yüksek Gelirli Ülkeler
1	Kongo	Bangladeş	Arnavutluk	Arjantin
2	Kamboçya	Bolivya	Bulgaristan	Avustralya
3	Mali	Fil Dişi Sahili	Çin	Avusturya
4	Mozambik	Kamerun	Kolombiya	Belçika
5	Nijer	Mısır	Kosta Rica	Bahreyn
6	Sudan	Gana	Dominik Cum.	Barbados
7	Tanzanya	Guatemala	Ekvador	Kanada
8	Uganda	Honduras	İran	İsviçre
9	Zimbabve	Endonezya	Irak	Şili
10	Malavi	Hindistan	Jamaika	Kıbrıs
11		Kenya	Ürdün	Almanya
12		Fas	Meksika	Danimarka
13		Pakistan	Malezya	İspanya
14		Filipinler	Panama	Finlandiya
15		Senegal	Peru	Fransa
16		Vietnam	Paraguay	Birleşik Krallık
17		Zambiya	Tayland	Yunanistan
18		Sri Lanka	Tunus	Macaristan
19		Suriye	Türkiye	İrlanda
20			Güney Afrika	İzlanda
21			Brezilya	İsrail
22				İtalya
23				Japonya
24				Kore Cum.
25				Kuveyt
26				Lüksemburg
27				Malta
28				Hollanda
29				Norveç
30				Yeni Zelanda
31				Polonya
32				Portekiz
33				Katar
34				Suudi Arabistan
35				Singapur
36				İsveç
37				Trinidad ve Tobago
38				Uruguay
39				Amerika Bir. Dev.
40				Venezuela